No.
DATE / /

1. 零极点:

系统传输函数

$$H(s)=\frac{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_1 s+b_0}{a_n s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0}$$ ← 激响应 ← 激励

$$=\frac{N(s)}{D(s)}$$

$$=K\frac{(s-z_1)(s-z_2)\cdots(s-z_{m-1})(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\cdots(s-p_{n-1})(s-p_n)}$$

$s=\sigma+j\omega$, σ为实常数

使分子为零时s的解为零点.

使分母为零时s的解为极点.

将元时域的问题转从频域进行分析,需需求得信号时$f(t)$的傅里叶变换

$$F(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)e^{-j\omega t}dt \qquad ①$$

即原关于t域(时间)的时域函数($f(t)$)变为关于频率(ω)的函数($F(j\omega)$)

但有些函数虽存在傅里叶变换,但很难用式①求得.此时用拉氏变换去求

$$F(s)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)e^{-st}dt$$

$s=\sigma+j\omega$, σ为实常数.

通过傅里叶变换或拉氏变换,就可以将时域信号转变成频域分析,再~~进行分析~~对由系统得出的方程进行频域上的求解,就可得到系统传输函数,零极点。

2. 零极点与系统稳定性

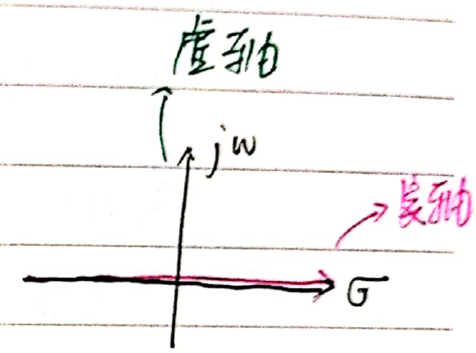
系统函数

$$H(s)=\frac{B(s)}{A(s)}=\frac{b_m\prod_{j=1}^{m}(s-z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s-p_i)}$$

零点：分子多项式之根

极点：分母多项式之~~极~~根

(1) ~~零极~~ 极(零)点类型



① 一阶实极(零)点

位于s~~域~~平面的实轴上

② 一阶共轭虚极(零)点，

位于虚轴且对称于实轴上

③ 一阶共轭复极(零)点

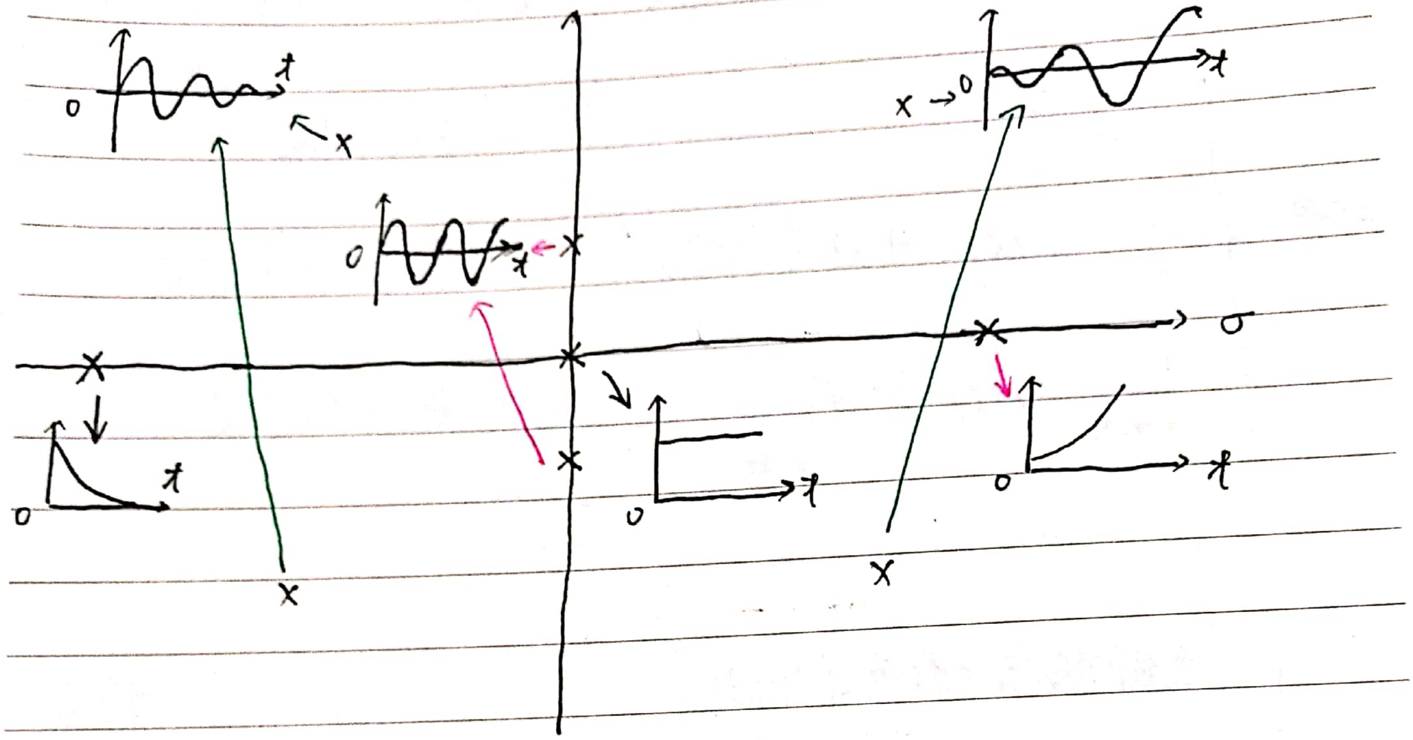
不在实或虚轴上.

④ 二阶 ~~共轭~~ 二阶以上的实、虚、复极(零)点.

~~关于阶次，举例~~ 阶次即根的重复次数.

例：$H(s)=\dfrac{s[(s+1)^2+1]}{(s+1)^2(s^2+4)}$，$s=-1$ 为二阶极点.

(2) H(s) 极点与 h(t) 波形关系.



H(s)
- 极点在左半平面 → h(t) 波形 ~~增长~~ 衰减 (稳定)
- 极点在右半平面 → h(t) 波形 ~~衰减~~ 增长 (不稳定)
- 虚轴上一阶极点 → h(t) 波形等幅振荡或阶跃 (临界稳定)
- 虚轴上二阶及二阶以上极点. → h(t) 波形增幅振荡 (不稳定)

H(s) 的零点与 h(t) 波形影响: ~~&~~
只影响幅度, 相位, 不影响波形形状

(3) ~~加补~~

因果系统 (先有激励后有响应: 当 $t<0$ 时, $h(t)=0$)

~~加补~~
- $\lim_{t\to\infty} h(t)=0$ 系统稳定
- $\lim_{t\to\infty} h(t)=A$ 或等幅振荡 系统临界稳定
- $\lim_{t\to\infty} h(t)$ 不存在 ~~(∞)~~ 系统不稳定

- 全部极点 s 在左半平面 稳定
- 有极点 s 在右半平面. 或虚轴上二阶以上极点 不稳定
- 虚轴上极点均为一阶. 其他 s 在左半平面 临界稳定

~~还有一些判别判定系统稳定性的方法~~

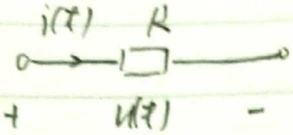
⇑

是判定系统稳定性的一种方法. 但需求出所有极点, 对一些高阶系统并不容易. 从而有一些判别判别方法:

① 劳斯稳定性判据
② 赫尔维茨稳定性判据
③ 伯德图稳定性判据 (频域)
④ 奈奎斯特稳定性判据 (频域)

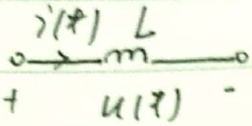
~~拉扎维~~ 3. 电路元件的s域模型

(1) 时域



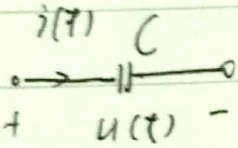
$$u(t) = Ri(t)$$

$$i(t) = \frac{1}{R}u(t)$$



$$u(t) = \frac{L\,di(t)}{d(t)}$$

$$i(t) = \frac{1}{L}\int_{0_-}^{t} u(x)dx + i_L(0_-)$$

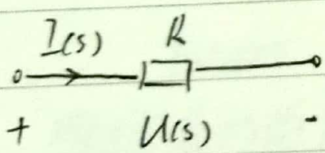


$$u(t) = \frac{1}{C}\int_{0_-}^{t} i(x)dx + u_C(0_-)$$

$$i(t) = C\frac{du(t)}{dt}$$

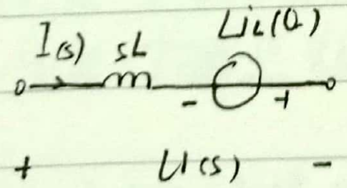
(2) s域

$$U(s) = RI(s)$$



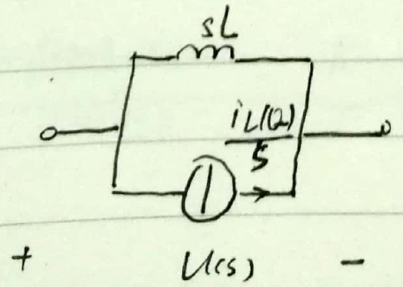
$$I(s) = \frac{1}{R}U(s)$$

串联

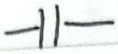


$$U(s) = sLI(s) - Li_L(0_-)$$

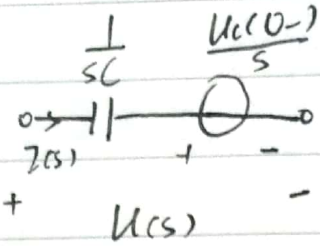
并联



$$I(s) = \frac{1}{sL}U(s) + \frac{i_L(0_-)}{s}$$

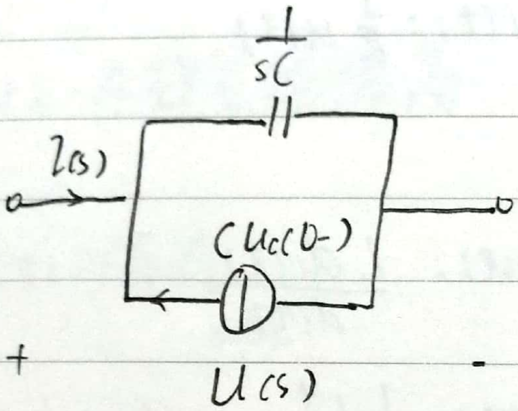


串联



$$U(s) = \frac{1}{sC} I(s) + \frac{U_c(0_-)}{s}$$

并联

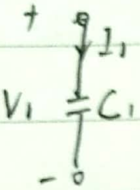


$$I(s) = s(U(s) - CU_c(0_-))$$

拉扎维 chaper 6 频响.

1. 电容阻抗 $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$

令 $s = j\omega$, $Z_C = \frac{1}{sC}$



$I_1 = sC_1V_1$

$V_1 = \frac{I_1}{sC_1}$

2. 零极点对电路的影响.

传输函数 $H(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{V_{out}(j\omega)}{V_{in}(j\omega)}$

~~幅值~~: $\cancel{= K \frac{\prod_{i=1}^{m}(s-z_i)}{\prod}}$

~~H(s)~~

根据波特近似, 传输函数的幅值（增益幅值）的斜率, 当ω经过一个零点频率时以 20dB/dec 上升,

当ω经过一个极点频率时以 20dB/~~dec~~dec 下降.

~~电路传输函数, 幅值可解析式~~

$A_v(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = K \frac{1}{(1+\frac{s}{\omega_{p1}})(1+\frac{s}{\omega_{p2}})\cdots(1+\frac{s}{\omega_{pn}})}$

一般而言，零点用于增强增益（幅度及相位），极点用于减小增益（幅度及相位）。电路中一般零点、极点是电容倒数（$\frac{1}{C}$）的函数

当C变大时，对极点而言，会向原点方向变化，造成增益减小加快（幅度及相位）

……

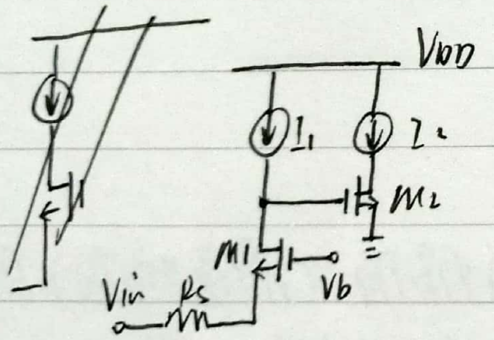
3. 求零极点的方法.

(1) 求系统传输函数

(2) 极点与结点的关联（部分电路，不很精确但快速、直观）

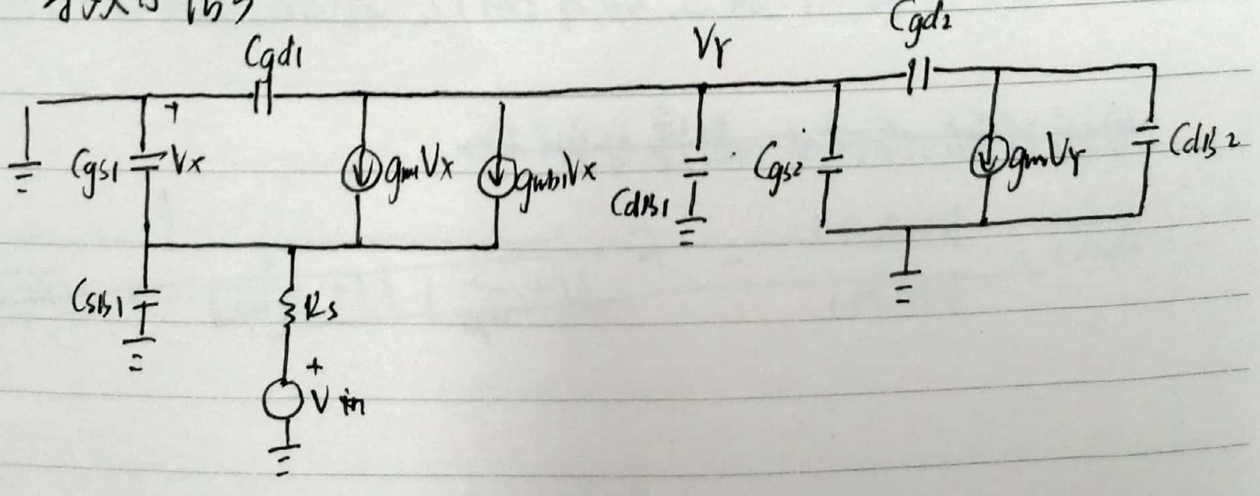
求系统传输函数.

~~例1~~ 课后题 6.7

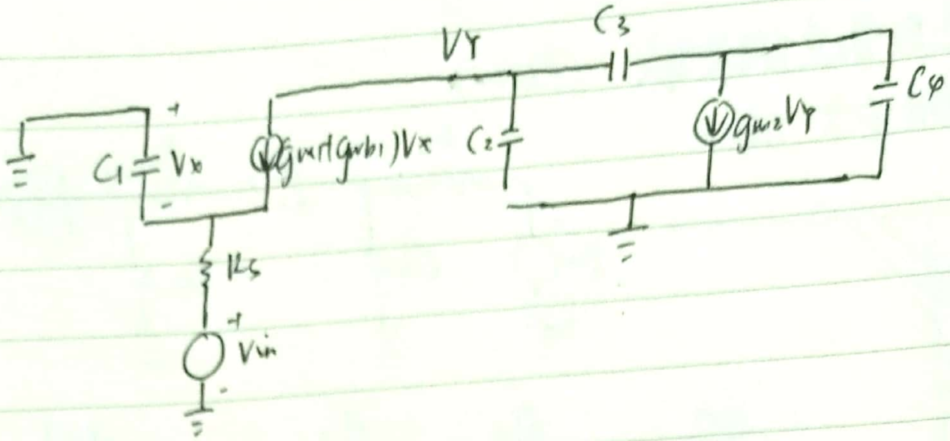


~~等效小信号~~

等效小信号



简化



$C_1 = C_{gs1} + C_{SB1}$

$C_2 = C_{gs2} + C_{dB1} + C_{gd1}$

$C_3 : C_{gd2}$

$C_4 : C_{dB2}$

KCL @ V_{out}: $sC_3(V_Y - V_{out}) = g_{m2}V_Y + sC_4 V_{out}$

$$\Rightarrow \frac{V_{out}}{V_Y} = \frac{-g_{m2} + sC_3}{s(C_3 + C_4)}$$

KCL @ V_Y: $(g_{m1}+g_{mb1})V_x + sC_2 V_Y + sC_3(V_Y - V_{out}) = 0$

$$(g_{m1}+g_{mb1})V_x = -V_Y\left(sC_2 + \frac{s^2C_3C_4 + sC_3g_{m2}}{s(C_3+C_4)}\right)$$

$$\frac{V_Y}{V_x} = -\frac{g_{m1}+g_{mb1}}{s[C_2C_3 + C_2C_4 + C_3C_4) + C_3g_{m2}]/(C_3+C_4)}$$

KCL @ V_x: $\frac{V_{in}+V_x}{R_s} + sC_1V_x + (g_{m1}+g_{mb1})V_x = 0$

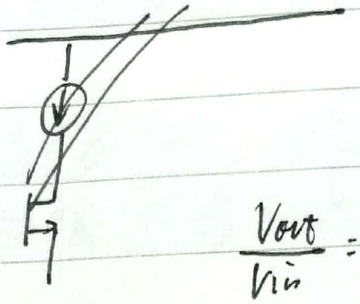
$$\frac{V_x}{V_{in}} = -\frac{1}{sC_1R_s + [1+(g_{m1}+g_{mb1})R_s]}$$

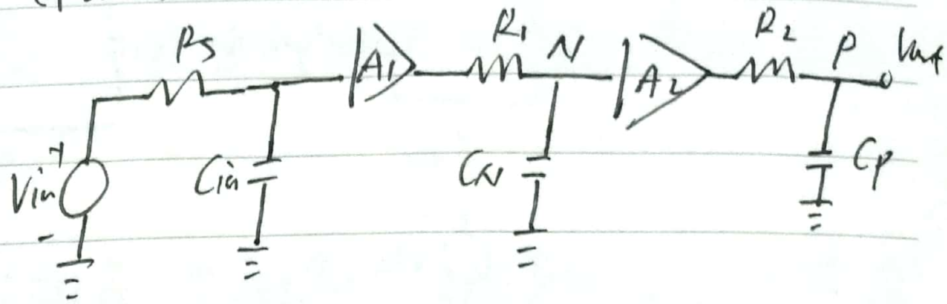
$$\frac{V_{out}}{V_{in}} : \frac{V_{out}}{V_Y} \cdot \frac{V_Y}{V_x} \cdot \frac{V_x}{V_{in}} = -\frac{K}{(1+\frac{s}{w_{p0}})(1+\frac{s}{w_{p1}})(1+\frac{s}{w_{p2}})}$$

$w_{p0} : 0$ $\quad w_{p1} : \frac{-C_3g_{m2}}{C_2C_3 + C_2C_4 + C_3C_4}$ $\quad w_{p2} = \frac{-[1+(g_{m1}+g_{mb1})R_s]}{C_1R_s}$

极点与结点的关联 (P162)

~~例 6.7 (a)~~





$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{A_1}{1+R_sC_{in}s}\cdot\frac{A_2}{1+R_1C_Ns}\cdot\frac{1}{1+R_2C_ps}$$

这是估算极点的一种直观的方法

把从结点到地"看到的"总等效电阻与总等效电容相乘，就得到了时间常数，也就得到了一个极点的频率。

~~差动放大器~~

差动放大器为此方法提供了方便（分裂结点间电容）

4. 常见电路传输零极点分析

- 共源 CS
- CG
- CD
- cascode
- 差分放大
- 五管OTA